

MATEMATIKAK I

2018ko urtarrilaren 22a, 16:00etan

Iraupena: 2.15 ordu

1. Honako funtzioa izanda, $f(x)=\sqrt{(x-2)^2 \cdot Lnx}$, erantzun ondorengo atalei:

a) Lortu $f(x)$ funtzioaren izate eremua.

b) $f(x)$ funtzioaren jarraitutasuna aztertu, eta erantzuna justifikatu.

c) $f(x)$ funtzioaren deribagarritasuna aztertu, eta erantzuna justifikatu.

d) Rolleren teorema edo deribatu nuluaren teorema enuntziatu. Teorema hau aplikagarria al da $f(x)$ funtzioan $[1, 2]$ tartean?

(1,5 puntu)

2. Auzo batean, familia bakoitzeko egiten den elektrizitatearen hilabeteko kontsumoa (C) familiako diru-sarrera per capitaren (x) araberakoa dela estimatu da, bi aldagaiak mila eurotan adierazten direlarik. Honakoa da erlazio hau adierazten duen funtzioa:

$$C(x)=-1+Lnx$$

Familia baten hilabeteko diru-sarrera 3000 eurotakoa baldin bada, adierazi hurbilketa koadratikoa erabiliz, diru-sarreretan 100 euroko gehikuntza batek elektrizitatearen kontsumoan izango lukeen gutxi gorabeherako eragina.

(1,25 puntu)

3. Adierazi erantzuna ondo justifikatuz, honako berdintzak zuzenak edo okerrak diren. Erantzunen bat okerra baldin bada, zuzena den adierazpen bat proposatu:

a) $\int k \cdot f(x)dx = \int kdx \cdot \int f(x)dx$

b) $\frac{d}{dx}\left(\int_a^b f(x)dx\right) = f(x)$

c) $\frac{d}{dx}\left(\int f(x)dx\right) = f(x)$

d) $\int_a^{a \cdot b} \frac{1}{t} \cdot dt = \int_1^b \frac{1}{t} \cdot dt$

(1,25 puntu)

4. Kalkulatu A matrizearen determinantea, Sarrusen erregela aplikatu gabe (ezingo da ebazpen prozesu osoan erregela hau aplikatu): $A=\begin{pmatrix} x & a & b & c \\ a & x & b & c \\ a & b & x & c \\ a & b & c & x \end{pmatrix}$

(1 puntu)

5. a konstantearen balioak zehaztu, honako ekuazio linealen sistemak emaitza nabaria izan dezan: $\begin{cases} ax+y=2(y-x) \\ x-y=2x+y \end{cases}$

(1,25 puntu)

6.

a) Frogatu matrize baten determinantearen eta matrize horrekin erlazionatutako matrize diagonalaren determinantearen artean dagoen erlazioa.

b) Adierazi zein k konstantearen baliotarako den diagonalizagarria honako matrizea: $A=\begin{pmatrix} 1 & -4 & k \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$.

c) k konstanteak 4 balioa hartuko balu, adierazi, existitzen bada, A matrizeari lotutako D matrize diagonala eta P matrize diagonalizatzaile bat.

(1,25 puntu)



eman ta zabal zazu

UNIVERSIDAD DEL PAÍS VASCO
EUSKAL HERRIKO UNIBERTSITATEA

Escuela Universitaria de Estudios Empresariales
Enpresa Ikasketen Unibertsitate Eskola
Donostia-San Sebastián

MATEMÁTICAS II

Examen 20 - MAYO - 2013

(Duración del examen: 2 horas y 15 minutos)

1.- Dada la función $f(x, y) = \dfrac{\sqrt{x^2 - y}}{x}$, se pide:

a) Expresar su dominio de definición y representarlo gráficamente.

b) Clasificar el dominio, justificando la respuesta mediante razonamientos geométricos.

c) Obtener la expresión general de sus curvas de nivel. Asimismo, expresar y representar las curvas de nivel que pasan por los puntos (1,0); (1,1) y (1,-3).

d) ¿Es una función homogénea? Justificar la respuesta.

e) Aproximar linealmente la función en el punto (1,0). Tomando esta aproximación, ¿cuánto se estima que valdrá f en el punto (0'9; 0'1)?

(2 puntos)

2.- Dada la función $f(x, y, z) = x \cdot y \cdot z$, donde $x = u + v$; $y = u \cdot v$; $z = \dfrac{u}{v}$, obtener, mediante el empleo de la regla de la cadena, las derivadas parciales de f respecto a las variables u y v.

(1 punto)

3.- Supongamos que la ecuación: $F(x, y, z) = 0$, define a cada variable como función implícita de las otras dos variables.

Demostrar que: $\dfrac{\partial z}{\partial x} \cdot \dfrac{\partial x}{\partial y} \cdot \dfrac{\partial y}{\partial z} = -1$

(1 puntos)

4.- Una compañía produce un modelo de TV en dos fábricas distintas. El coste semanal de producción de x_1 unidades en la fábrica 1 es: $C_1 = 0,02x_1^2 + 4x_1 + 500$

El coste semanal de producción de x_2 unidades en la fábrica 2 es: $C_2 = 0,05x_2^2 + 4x_2 + 275$

Cada TV se vende a 15 u.m.

a) Si considerásemos a la fábrica 1 como independiente, ¿cuánto habría que producir en ella para maximizar su beneficio? ¿Y si la fábrica tuviese una capacidad de producción de un máximo de 250 unidades semanales?

b) Si consideramos a las dos fábricas en conjunto, como pertenecientes a la misma compañía, ¿cuánto habría que fabricar semanalmente en cada una de ellas para maximizar el beneficio de dicha compañía? (supóngase que no hay restricción de capacidad de producción).

c) Supongamos ahora que se estima que la demanda de ese modelo de TV es de 350 unidades semanales y que se desea fabricar exactamente este número. ¿Cuánto habría que producir en cada fábrica para maximizar el beneficio de la compañía? Resolver este apartado mediante el método de los multiplicadores de Lagrange.

d) Sin resolver el problema de nuevo: ¿cómo afectaría al beneficio una disminución de una unidad en la producción?

(2 puntos)

5.- Una empresa fabrica guitarras y mandolinas. Cada guitarra requiere 5 unidades de madera, 1 unidad de metal y 3 horas de mano de obra. Por su parte, cada mandolina consume 3 unidades de madera, 2 de metal y 1 hora de mano de obra.

La empresa no puede producir más de 11 guitarras ni más de 16 mandolinas al día.

Se dispone al día de 66 unidades de madera, de 34 unidades de metal y de 34 horas de mano de obra.

Cada guitarra proporciona un beneficio de 35 u. m. y cada mandolina de 14 u. m.

Se pide:

a) Calcular cuántas guitarras y mandolinas habrán de producirse si se persigue la maximización del beneficio de la empresa.

b) Plantear el programa dual y resolverlo a través del teorema de holgura complementaria.

c) Estudiar cómo afectaría a la situación óptima una disminución de media hora en la mano de obra disponible al día.

(1,5 puntos)



UNIVERSIDAD DEL PAÍS VASCO
EUSKAL HERRIKO UNIBERTSITATEA

Escuela Universitaria de Estudios Empresariales
Enpresa Ikasketen Unibertsitate Eskola
Donostia-San Sebastián

MATEMATICAS II

(Grado A. D. E.)

Examen. 29 - JUNIO - 2012

(Duración del examen: 2 horas y 15 minutos)

1.- Dada la función $f(x) = \sqrt{\dfrac{x+y}{y}}$, se pide:

a) Expresar su dominio de definición, representarlo geométricamente y clasificarlo mediante razonamientos geométricos

b) Obtener la expresión general de sus curvas de nivel y representar las de cota c=0, 1 y 2.

c) Decir si se trata de una función homogénea justificando la respuesta. Sin proceder a derivar, razonar el valor de la expresión: $2\left(\dfrac{\partial f}{\partial x}\right)_{(2,3)} + 3\left(\dfrac{\partial f}{\partial y}\right)_{(2,3)}$

(1,5 puntos)

2.- Dada la ecuación: $xyz - \ln\left(x^2 + y + z\right) = 0$

a) Probar que dicha ecuación define implícitamente a z como función de x e y, en un entorno del punto $(x, y, z) = (1,0,0)$

b) Hallar la aproximación lineal de la función implícita $z = f(x, y)$ en un entorno del punto dado y obtener con ella el valor aproximado de $f(1'1, 0'2)$

(1,5 puntos)

3.- Una cadena de televisión ha presentado un nuevo programa para la franja de las 12 a las 15 horas. El "share" o porcentaje de audiencia de la primera emisión vino dado por la siguiente función: $s(t) = -t^3 + 36t^2 - 420t + 1596$; ($12 \leq t \leq 15$).
Donde s representa el share en % y t el tiempo en horas. Para que el programa siga emitiéndose el share ha tenido que alcanzar en algún momento el 25%.

a) Indicar cuándo creció y cuándo decreció el share.

b) ¿Seguirá emitiéndose el programa?

(1,5 puntos)

4.- Un fabricante dispone de 15.000 € para invertir en desarrollo y promoción de un nuevo producto. Se estima que si se invierten "x" (miles de €) en desarrollo e "y" (miles de €) en promoción, se venderán $V(x, y) = 20x^{3/2}y$ unidades del producto.
Utilizando el método de los multiplicadores de Lagrange, determinar cuánto dinero debería destinar el fabricante a desarrollo y cuanto a promoción. (No es necesario comprobar la condición de segundo grado).

(1,5 puntos)

5.- Consideremos el siguiente problema:

$$\begin{aligned} &\text{Max } 2x+3y \\ &\text{Sujeto a } \quad x+y \le 100 \\ &\qquad\qquad 2x+5y \le 320 \\ &\qquad\qquad x+2y \le 132 \\ &\qquad\qquad x \ge 0, y \ge 0 \end{aligned}$$

a) Resolverlo gráficamente.
b) Plantear su problema dual y resolverlo por el teorema de holgura complementaria.
c) ¿Por qué se dice que los valores óptimos del las variables duales son precios sombra?
d) Supongamos que el segundo miembro de la tercera restricción es 140 en vez de 132.
   d.1) Comprueba que ahora las tres restricciones están saturadas en el punto óptimo;
   d.2) Plantea, sin resolverlo, como se solucionaría ahora el problema dual por el teorema de holgura complementaria.

(1,5 puntos)

© © © © © © © © © © © © ©



MATEMÁTICAS I

22 de enero de 2018 a las 16:00

Duración: 2.15 horas

1. Dada la función: $f(x)=\sqrt{(x-2)\cdot Lnx}$, se pide:

a) Obtener y representar el dominio de definición de $f(x)$.

b) Estudiar la continuidad de $f(x)$, justificando la respuesta.

c) Expresar la derivada de $f(x)$.

(1,25 puntos)

2. Se estima que, en cierto barrio residencial, el consumo mensual de electricidad por hogar *(C)* varía con el ingreso per cápita mensual por hogar *(x),* expresadas ambas magnitudes en miles de €, de acuerdo a la función: $C(x)=-10+9Lnx$

Si el ingreso mensual de un hogar es de 3000€, determina mediante el empleo de una aproximación cuadrática, el efecto aproximado que tendría un incremento de 100€ en dicho ingreso mensual sobre el consumo eléctrico.

(1 punto)

3. Indica, justificando adecuadamente la respuesta, si las siguientes igualdades son ciertas o no. Si alguna resultara falsa, se pide proponer una expresión verdadera:

a) $\int k\cdot f(x)dx=\int kdx\cdot\int f(x)dx$

b) $\frac{d}{dx}\left(\int_a^b f(x)dx\right)=f(x)$

c) $\frac{d}{dx}\left(\int f(x)dx\right)=f'(x)$

d) $\int_a^{a\cdot b}\frac{1}{t}\cdot dt=\int_1^b\frac{1}{t}\cdot dt$

(1 punto)

4. Se afirma que la función constante presenta derivada nula. Demuestra esta afirmación apoyándote en el concepto de función derivada.

(1 punto)

5. Sin aplicar la regla de Sarrus, calcula el valor del determinante de la siguiente matriz:

$$A=\begin{pmatrix} x & a & b & c \\ a & x & b & c \\ a & b & x & c \\ a & b & c & x \end{pmatrix}$$

(1 punto)

6. Determina los valores de la constante a para que el siguiente sistema de ecuaciones lineales presente únicamente la solución trivial: $\begin{cases} ax+y=2(y-x) \\ x-y=2x+y \end{cases}$

(1 punto)

7.

a) Demuestra la relación existente entre el determinante de una matriz y la de su matriz diagonal asociada.

b) Indica para qué valores de la constante k es diagonalizable la matriz:

$$A=\begin{pmatrix} 1 & -4 & k \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

c) Si k toma el valor 4, expresa, si existe, la matriz diagonal D y una matriz de paso P asociadas a la matriz A.

(1,25 puntos)